

EXAMEN FINAL ESTADÍSTICA GENERAL (Ejemplo 4)

Apellido y nombre:

- Este examen contiene 15 preguntas con 5 respuestas propuestas cada una. Identificar y marcar la única respuesta correcta en cada caso.
- Se aprueba con 9 repuestas correctamente identificadas.
- Tiempo disponible: 2 horas

Problema 1

En un gran cultivo de girasol, la profundidad que alcanzan las raíces de una planta a tomar al azar es una variable aleatoria D que toma valores entre 0,3 y 0,7 metros. Si la función de densidad de probabilidad de dicha variable aleatoria es:

$$f(d) = 1 + 3x, \text{ para } 0,3 \leq d \leq 0,7 \text{ m}$$

1.1. ¿Cuánto vale la probabilidad de que la profundidad de las raíces de una planta de girasol tomada al azar de ese cultivo esté entre 35 y 55 centímetros?

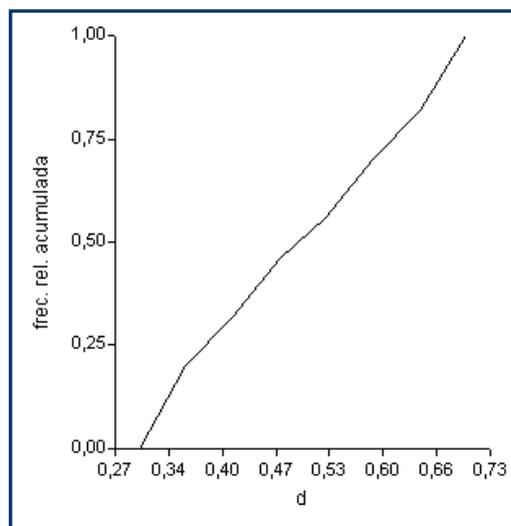
- (a) 0,47
- (b) 0,50
- (c) 0,33
- (d) 0,5687
- (e) 0,53

1.2. ¿Cuál es el valor de la esperanza de la variable aleatoria D ?

- (a) 0,516 m
- (b) 0,50 m
- (c) 0,458 m
- (d) 1,00 g²
- (e) 0,85 m

1.3. En el gráfico se representa la distribución de frecuencias relativas acumuladas de las profundidades de raíces en una muestra de 50 plantas tomadas al azar del cultivo de girasol. Según este gráfico ¿Cuáles son los valores aproximados del primer cuartil q_1 , del segundo cuartil q_2 y del tercer cuartil q_3 en dicha muestra?

- (a) $q_1 \cong 25, q_2 \cong 50, q_3 \cong 75$
- (b) $q_1 \cong 0.25, q_2 \cong 0.50, q_3 \cong 0.75$
- (c) $q_1 \cong 0.34, q_2 \cong 0.40, q_3 \cong 0.53$
- (d) $q_1 \cong 0.38, q_2 \cong 0.49, q_3 \cong 0.61$
- (e) Ninguno de los anteriores



Problema 2

Con el objeto de evaluar la contaminación con nitratos en el agua de los pozos de la Pampa Ondulada, se planea tomar una muestra aleatoria de 30 pozos de la región, extraer agua de cada uno de los pozos y medir su contenido de nitratos X_i [en ppm = partes por millón]. Con los datos a obtener, se calcularán los siguientes estadísticos:

$$\bar{X} = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} X_i \qquad S^2 = \frac{1}{29} \sum_{i=1}^{30} (X_i - \bar{X})^2$$

2.1. Se sabe que, en este caso, \bar{X} es un estimador consistente del promedio de los contenidos de nitratos de todos los pozos de la Pampa Ondulada (μ). ¿Qué significa esto?

- (a) \bar{X} coincide con μ . []
- (b) Que existe una alta probabilidad de que \bar{X} coincida con μ . []
- (c) El valor de la esperanza de \bar{X} coincide con μ . []
- (d) Cuanto mayor es el tamaño de la muestra, mayor es la probabilidad de que el valor de la esperanza de \bar{X} coincida con μ . []
- (e) Cuanto mayor es el tamaño de la muestra, mayor es la probabilidad de que \bar{X} tome un valor cercano a μ . []

2.2. ¿Qué es S^2 ?

- (a) El estimador insesgado de la suma de los cuadrados de los contenidos de nitratos de todos los pozos de la Pampa Ondulada. []
- (b) La suma de los cuadrados de las diferencias entre los contenidos de nitratos observados y la media muestral. []
- (c) El verdadero valor de la varianza de los contenidos de nitratos de todos los pozos de la Pampa Ondulada. []
- (d) El estimador insesgado de la varianza de los contenidos de nitratos de todos los pozos de la Pampa Ondulada. []
- (e) La esperanza del cuadrado de la diferencia entre los contenidos de nitratos en el agua de los pozos de la Pampa Ondulada y su media poblacional. []

2.3. Si la varianza de los contenidos de nitratos en el agua de todos los pozos de la Pampa Ondulada es de 49 ppm², ¿aproximadamente cuánto vale la probabilidad de que \bar{X} tome un valor que se aparte menos de 1 ppm del valor de la media poblacional?

- (a) 1,0000 []
- (b) 0,8010 []
- (c) 0,5661 []
- (d) 0,2830 []
- (e) 0,0000 []

2.4. Suponiendo que el promedio de los contenidos de nitratos de todos los pozos de la Pampa Ondulada fuera 35,0 ppm y la varianza de dichos contenidos fuera 49 ppm², ¿cuánto valdría la probabilidad de que $\bar{X} = 35$ ppm?

- (a) 1,0000 []
- (b) 0,5000 []
- (c) 0,7374 []
- (d) 0,0000 []
- (e) No se puede calcular []

Problema 3

Un ensayo realizado en 10 localidades tomadas al azar en la provincia de Buenos Aires para comparar los rendimientos de dos variedades de centeno produjo los siguientes datos:

Rendimiento (qq/ha)

Variedad	Localidad									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	12,1	10,4	9,4	11,8	10,4	11,9	12,3	11,9	12,6	13,0
B	11,3	10,5	8,6	12,7	9,2	12,1	12,2	11,4	12,5	12,1

3.1. Si se utilizan estos datos para poner a prueba la hipótesis nula que dice que *en la provincia de Buenos Aires, el rendimiento promedio es igual para ambas variedades* con un nivel de significación $\alpha = 0,05$, bajo el supuesto de que los rendimientos a tomar al azar son variables aleatorias con distribución Normal el resultado es:

- (a) $0,01 < \text{valor } p < 0,05$. Se rechaza la hipótesis nula. []
- (b) $0,05 < \text{valor } p < 0,10$. Se rechaza la hipótesis nula. []
- (c) $0,05 < \text{valor } p < 0,10$. No se rechaza la hipótesis nula. []
- (d) $0,10 < \text{valor } p < 0,15$. Se rechaza la hipótesis nula. []
- (e) Se acepta la hipótesis nula. []

3.2. En este caso, el nivel de significación $\alpha = 0,05$ elegido implica que:

- (a) Si las dos variedades tuvieran distinto rendimiento promedio, la probabilidad de rechazar la hipótesis sería del 5% []
- (b) La probabilidad de concluir que las dos variedades tenían igual rendimiento promedio si en realidad no lo tuvieran sería del 5% []
- (c) La probabilidad de rechazar la hipótesis nula si dos variedades tuvieran diferente rendimiento promedio sería del 5% []
- (d) Si en realidad las dos variedades tuvieran igual rendimiento promedio, la probabilidad de concluir que tenían distinto rendimiento promedio sería del 5% []
- (e) La probabilidad de cometer error de tipo II era del 95% []

3.3. El intervalo del 95% de confianza para el promedio de la diferencia de rendimientos entre la variedad A y la variedad B en una localidad tomada al azar en la provincia de Buenos Aires (calculada como rendimiento de A menos rendimiento de B) es:

- (a) $(-0,048 \text{ qq/ha}, 0,688 \text{ qq/ha})$ []
- (b) $(-0,135 \text{ qq/ha}, 0,775 \text{ qq/ha})$ []
- (c) $(-0,074 \text{ qq/ha}, 0,714 \text{ qq/ha})$ []
- (d) $(0,135 \text{ qq/ha}, 0,775 \text{ qq/ha})$ []
- (e) $(0,011 \text{ qq/ha}, 0,651 \text{ qq/ha})$ []

3.4. En relación al intervalo del 95% de confianza calculado en el punto anterior se puede decir que para la provincia de Buenos Aires:

- (a) Podemos depositar una confianza de nivel 0,95 en que ese intervalo contiene al verdadero valor del promedio de las diferencias de rendimiento entre las variedades A y B. []
- (b) El verdadero valor del promedio de la diferencia de rendimiento entre las variedades está dentro del intervalo construido []
- (c) La probabilidad de que el verdadero valor del promedio de la diferencia entre los rendimientos de las variedades es de 0,95 []
- (d) La probabilidad de que la diferencia entre las medias muestrales de los rendimientos de las variedades A y B esté en ese intervalo es de 0,95. []
- (e) Es más amplio (menos preciso) que el intervalo del 99% de confianza calculado con los mismos datos. []

Problema 4

Las inflorescencias del girasol son visitadas por insectos de diversas especies. En un cultivo en particular, el 30% de las visitas que cada inflorescencia recibe alrededor del mediodía corresponde a abejas provenientes de colmenas colocadas allí por un apicultor mientras el 55% corresponde a insectos polinizadores silvestres y el 15% restante corresponde a insectos parásitos. Suponiendo que las visitas son independientes entre sí:

4.1. Entre 10 visitas que una inflorescencia recibe al mediodía, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 3 visitas correspondan a abejas?

- (a) 0,2668 []
- (b) 0,3828 []
- (c) 0,6172 []
- (d) 0,6496 []
- (e) 0,0000 []

4.2. Entre 10 visitas que una inflorescencia recibe al mediodía ¿cuál es el valor de la esperanza del número de visitas de polinizadores silvestres?

- (a) 1,5 []
- (b) 3,0 []
- (c) 7,0 []
- (d) 10,0 []
- (e) 5,5 []

Problema 5

El nitrógeno es un nutriente fundamental para el crecimiento de las plantas porque forma parte de los pigmentos y enzimas que intervienen en el proceso de la fotosíntesis. Una investigación evaluó el contenido de *clorofila*, el principal pigmento de la fotosíntesis, en hojas de plantas de trigo cultivadas en un suelo pobre en nitrógeno con diferentes niveles de fertilización nitrogenada (0, 5, 10 y 15 g de N/m²). A continuación se muestran los principales resultados de análisis de regresión lineal simple realizados con los datos obtenidos.

<u>Variable</u>	<u>N</u>	<u>R²</u>		<u>Est.</u>	<u>EE</u>
<u>Clorofila (mmol/m²)</u>	<u>16</u>	<u>0,76</u>	b ₀	0,09	0,05
			b ₁	0,04	0,01

5.1. La varianza estimada del estimador de la pendiente de la recta de regresión es:

- (a) 0,0001 []
- (b) 0,01 []
- (c) 0,04 []
- (d) 0,081 []
- (e) 0,09 []

5.2. Según estos resultados, si se pone a prueba la hipótesis que dice que “*bajo las condiciones del experimento, el contenido promedio de clorofila de las hojas de trigo no varía con el nivel de fertilización nitrogenada*” con nivel de significación $\alpha = 0,01$

- (a) se acepta la hipótesis nula []
- (b) no se rechaza la hipótesis nula porque valor $p > 0,005$ []
- (c) no se rechaza la hipótesis nula porque valor $p < 0,005$ []
- (d) se rechaza la hipótesis nula porque valor $p > 0,005$ []
- (e) se rechaza la hipótesis nula porque valor $p < 0,005$ []

Respuestas correctas:

1.1 a, 1.2 a, 1.3 d

2.1 e, 2.2 d, 2.3 c, 2.4 d

3.1 c, 3.2 d, 3.3 b, 3.4 a

4.1 c, 4.2 e

5.1 a, 5.2 e