

## EXAMEN FINAL ESTADÍSTICA GENERAL (Ejemplo 3)

- Este examen contiene 15 preguntas con 5 respuestas propuestas cada una. Identificar y marcar la única respuesta correcta en cada caso.
- Se aprueba con 9 repuestas correctamente identificadas.
- Tiempo disponible: 2 horas

**Apellido y Nombre:** .....

### Problema 1

Sea  $X$  el tamaño de una partícula tomada al azar de una población. Se sabe que la variable aleatoria  $X$  tiene con la siguiente función de densidad de probabilidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{96} + \frac{3}{8} \cdot x & , \text{ para } 1 \leq x \leq 2,5 \\ 0 & , \text{ para cualquier otro valor de } x \end{cases}$$

1.1) ¿Cuánto vale la probabilidad de que  $X$ , el tamaño de una partícula tomada al azar de la población mencionada, esté entre 1,2 y 2?

- (a) 0,3000
- (b) 0,4604
- (c) 0,4883
- (d) 0,7708
- (e) 1,5002

1.2) ¿Cuánto vale la media de los tamaños de todas las partículas de la población?

- (a) 1,7500
- (b) 0,9635
- (c) 2,1035
- (d) 1,8555
- (e) No se puede calcular

1.3) Si se toman al azar 10 partículas de la población mencionada ¿cuánto vale la probabilidad de que exactamente 3 de ellas tengan tamaño menor que 2?

- (a) 0,5729
- (b) 04271
- (c) 0,0585
- (d) 0,0777
- (e) 2,9599

### Problema 2

Si de un lote de 100 semillas que contiene 10 semillas enfermas se extraen al azar 3 sin reposición ¿cuál es la probabilidad de extraer 3 semillas enfermas?

- (a) 0,003
- (b) 0,10
- (c) 0,001
- (d)  $\alpha = 0,05$
- (e) 0,0007

### Problema 3

En relación con una variedad de maíz nativo conservada en un banco de germoplasma, se sabe que el peso de una semilla tomada al azar es una variable aleatoria con distribución Normal con media  $\mu = 0,240$  g y varianza  $\sigma^2 = 0,0081$  g<sup>2</sup>.

3.1) ¿Cuál es la probabilidad de que el peso de una semilla de dicha variedad de maíz tomada al azar esté entre 0,060 y 0,330 g?

- (a) -1 [ ]
- (b) 0,0228 [ ]
- (c) 0,8185 [ ]
- (d) 0,8413 [ ]
- (e) 0,9772 [ ]

3.2) Si se toman al azar 9 semillas de maíz de la variedad mencionada ¿Cuál es la probabilidad de que el promedio de sus pesos esté por debajo de 0,3 g?

- (a) 1 [ ]
- (b) 0,0228 [ ]
- (c) 0,8185 [ ]
- (d) 0,8413 [ ]
- (e) 0,9772 [ ]

### Problema 4

En un gran cultivo de girasol que contiene millones de plantas, los verdaderos valores de la media y de la varianza de las alturas de las plantas son  $\mu = 2,16$  m y varianza de  $\sigma^2 = 0,16$  m<sup>2</sup> respectivamente.

4.1) ¿Qué es  $\sigma^2$  en este caso?

- (a) El promedio de los cuadrados de las diferencias entre las alturas de todas las plantas del cultivo y 2,16 m. [ ]
- (b) El promedio de los desvíos entre las diferentes alturas de las plantas y la media muestral. [ ]
- (c) El promedio de las diferencias entre las alturas de todas las plantas del cultivo y la media poblacional  $\mu = 2,16$  m. [ ]
- (d) El valor esperado de la diferencia entre la altura de una planta tomada al azar y 2,16 m. [ ]
- (e) La suma de los cuadrados de las diferencias entre las alturas de las diferentes plantas y 2,16 m. [ ]

4.2) Un técnico se dispone a tomar una planta al azar de este cultivo y medir su altura. Aunque el técnico no lo sabe, la cita métrica que usará está estirada y por eso el valor a obtener corresponderá al 90% de la verdadera altura de la planta que resulte seleccionada. ¿Cuánto valen la Esperanza y la Varianza de la medición a realizar?

- (a) Esperanza 2,40 m y Varianza 0,177 m<sup>2</sup> [ ]
- (b) Esperanza 2,40 m y Varianza 0,1975 m<sup>2</sup> [ ]
- (c) Esperanza 1,944 m y Varianza 0,144 m<sup>2</sup> [ ]
- (d) Esperanza 1,944 m y Varianza 0,1290 m<sup>2</sup> [ ]
- (e) No se pueden calcular porque se hará una sola medición. [ ]

## Problema 5

Con el objeto de evaluar la contaminación con nitratos en el agua de los pozos de la Pampa Ondulada, se planea tomar una muestra aleatoria de 30 pozos de la región, extraer agua de cada uno de los pozos y medir su contenido de nitratos  $X_i$  [en ppm = partes por millón]. Con los datos a obtener  $x_i$  ( $i = 1, \dots, 30$ ) se calcularán los estadísticos  $\bar{X}$ ,  $S^2$  y los límites de un intervalo del 99% de confianza para el promedio de los contenidos de nitratos del agua de todos los pozos de la Pampa Ondulada.

5.1) Se sabe que, en este caso,  $\bar{X}$  es un estimador **consistente** del promedio de los contenidos de nitratos de todos los pozos de la Pampa Ondulada ( $\mu$ ). ¿Qué significa esto?

- (a) Que el valor que toma  $\bar{X}$  coincide con el de  $\mu$ . [ ]
- (b) Que la probabilidad de que el valor que tome  $\bar{X}$  coincida con el de  $\mu$  es alta. [ ]
- (c) Que el valor esperado de  $\bar{X}$  coincide con el valor de  $\mu$ . [ ]
- (d) Que cuanto mayor sea el tamaño de la muestra, tanto mayor será la probabilidad de que  $\bar{X}$  coincida con  $\mu$ . [ ]
- (e) Que cuanto mayor sea el tamaño de la muestra, tanto mayor será la probabilidad de que  $\bar{X}$  tome un valor cercano al de  $\mu$ . [ ]

5.2) Se sabe que, en este caso,  $S^2$  es un estimador **insesgado** de la varianza de los contenidos de nitratos de todos los pozos de la Pampa Ondulada ( $\sigma^2$ ). ¿Qué significa esto?

- (a) Que el valor que toma  $S^2$  coincide con el de  $\sigma^2$  [ ]
- (b) Que la probabilidad de que el valor que tome  $S^2$  coincida con  $\sigma^2$  es alta. [ ]
- (c) Que el valor esperado de  $S^2$  coincide con el valor de  $\sigma^2$  [ ]
- (d) Que cuanto mayor sea el tamaño de la muestra, tanto mayor será la probabilidad de que  $S^2$  coincida con  $\sigma^2$ . [ ]
- (e) Que cuanto mayor sea el tamaño de la muestra, tanto mayor será la probabilidad de que  $S^2$  tome un valor cercano al de  $\sigma^2$ . [ ]

5.3) ¿Aproximadamente qué probabilidad existe de que el intervalo de confianza a construir resulte en una estimación errónea?

- (a) 0,99 [ ]
- (b) 0,01 [ ]
- (c) 0,95 [ ]
- (d) 0,05 [ ]
- (e) Ninguna porque no pondrá a prueba una hipótesis. [ ]

5.4) Si luego de obtenidos los datos los estadísticos toman los siguientes valores:  $\bar{x} = 35$  ppm,  $s^2 = 49$  ppm<sup>2</sup>, ¿cuál es el intervalo del 99% de confianza para el promedio de los contenidos de nitratos del agua de todos los pozos de la Pampa Ondulada?

- (a) (10,344 ppm, 59,656 ppm) [ ]
- (b) (31,478 ppm, 38,522 ppm) [ ]
- (c) (16,705 ppm, 53,295 ppm) [ ]
- (d) (34,357 ppm, 35,643 ppm) [ ]
- (e) (32,386 ppm, 37,614 ppm) [ ]

## Problema 6

La emisión de gases contaminantes por los escapes de los autos es una de las principales formas de contaminación de la atmósfera. Los autos emiten gases que contribuyen al calentamiento global de la atmósfera, como el dióxido de carbono, así como sustancias altamente patógenas, como los hidrocarburos y el monóxido de carbono. Para poner a prueba un dispositivo de control de emisiones de monóxido de carbono, se tomaron al azar 10 autos de la ciudad de Buenos Aires y se midió su nivel de emisión antes y después de la instalación del dispositivo en cuestión. Los datos obtenidos son los siguientes.

Auto	Emisión de monóxido de carbono (g/km)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
sin dispositivo de control	6,3	10,2	10,1	14,0	7,8	11,4	14,5	12,2	6,1	11,1
con dispositivo de control	5,5	8,1	9,2	7,0	8,5	6,8	10,3	5,4	2,5	8,2

6.1) Sobre la base de estos datos, el estimador insesgado de la varianza de las diferencias en el nivel de emisión de monóxido de carbono entre autos con y sin el dispositivo de control vale:

- (a) 8,92 g<sup>2</sup>/km<sup>2</sup> [ ]
- (b) 6,45 g<sup>2</sup>/km<sup>2</sup> [ ]
- (c) 5,81 g<sup>2</sup>/km<sup>2</sup> [ ]
- (d) 0,80 g<sup>2</sup>/km<sup>2</sup> [ ]
- (e) 2,41 g<sup>2</sup>/km<sup>2</sup> [ ]

6.2) ¿Cuál de los siguientes es el menor nivel de significación con el cual se acepta la hipótesis alternativa que dice: *El dispositivo bajo prueba reduce el nivel promedio de emisión de monóxido de carbono de un taxi?*

- (a)  $\alpha = 0,05$  [ ]
- (b)  $\alpha = 0,01$  [ ]
- (c)  $\alpha = 0,005$  [ ]
- (d)  $\alpha = 0,0005$  [ ]
- (e) No se rechaza la hipótesis nula [ ]

6.3) ¿Qué error puede cometerse cuando se acepta la hipótesis enunciada en el punto anterior?

- (a) Tomar por ineficaz un dispositivo eficaz (Error de tipo II). [ ]
- (b) Tomar por ineficaz un dispositivo sin efecto [ ]
- (c) Tomar por efectivo un dispositivo sin efecto (Error de tipo I) [ ]
- (d) Elegir un nivel de significación demasiado bajo. [ ]
- (e) Ningún error, la prueba es concluyente. [ ]

### Respuestas correctas:

- 1.1 c, 1.2 d, 1.3 c,
- 2 e,
- 3.1 c, 3.2 e,
- 4.1 a, 4.2 d,
- 5.1 e, 5.2 c, 5.3 b, 5.4 b,
- 6.1 b, 6.2 c, 6.3 c