

EXAMEN FINAL ESTADÍSTICA GENERAL (Ejemplo 2)

- Este examen contiene 15 preguntas con 5 respuestas propuestas cada una. Identificar y marcar la única respuesta correcta en cada caso.
- Se aprueba con 9 repuestas correctamente identificadas.
- Tiempo disponible: 2 horas

Apellido y Nombre:

Problema 1

Se sospecha que el agua subterránea de una localidad rural está contaminada con nitratos como resultado de la intensificación de la agricultura y del establecimiento de criaderos intensivos de aves. Por eso, una dependencia del gobierno provincial planea estimar la media y la varianza de los contenidos de nitratos en el agua de los pozos de dicha localidad. Para ello, se obtendrá una muestra aleatoria de 36 pozos de la localidad, se extraerá agua de cada uno y se medirá su contenido de nitratos X_i [en ppm = partes por millón]. Con los datos a obtener, se calcularán los siguientes estadísticos:

$$\bar{X} = \frac{1}{36} \sum_{i=1}^{36} X_i$$

$$S^2 = \frac{1}{35} \sum_{i=1}^{36} (X_i - \bar{X})^2$$

1.1) En este caso, el estadístico \bar{X} es una variable aleatoria cuya esperanza y varianza son desconocidas. ¿A qué tipo de modelo se aproxima su distribución de probabilidad?

- (a) Binomial []
- (b) Normal []
- (c) t de Student []
- (d) Chi cuadrado []
- (e) Ninguna de las anteriores []

1.2) ¿Qué valor tiene la varianza del estadístico \bar{X} ?

- (a) Igual al promedio de los cuadrados de los desvíos de los contenidos de nitratos en el agua de los pozos respecto de la media poblacional. []
- (b) Igual al promedio de los cuadrados de las diferencias entre los contenidos de nitratos a observar y la media muestral. []
- (c) Igual al promedio de los cuadrados de las diferencias entre los contenidos de nitratos a observar y la media muestral dividido por 35. []
- (d) Igual al valor de la varianza de los contenidos de nitratos en el agua de todos los pozos de la localidad dividido por 36. []
- (e) Igual al valor de la varianza de los contenidos de nitratos en el agua de todos los pozos de la localidad. []

1.3) ¿Qué valor tiene la esperanza del estadístico S^2 ?

- (a) El promedio de los cuadrados de los desvíos de los contenidos de nitratos en el agua de los pozos respecto de la media muestral []
- (b) La suma de los cuadrados de las diferencias entre los contenidos de nitratos a observar y la media muestral. []
- (c) Igual al del estimador insesgado de la varianza de los contenidos de nitratos en el agua de todos los pozos de la localidad. []
- (d) El estimador insesgado de la suma de los cuadrados de los contenidos de nitratos en el agua de todos los pozos de la localidad. []
- (e) Igual al verdadero valor de la varianza de los contenidos de nitratos en el agua de todos los pozos de la localidad. []

Problema 2

Las plantas de maíz de los cultivos de la región Pampeana están sometidas a los riesgos de vuelco y de ataque por el gusano barrenador. Suponiendo que si se señala una planta al azar la probabilidad de que sea atacada por el gusano barrenador vale 0,05, la probabilidad de que se vuelque vale 0,07 y la probabilidad de que sea atacada por el gusano barrenador y además se vuelque vale 0,015,

2.1) ¿Cuanto vale la probabilidad de que se vuelque una planta atacada por el gusano barrenador?

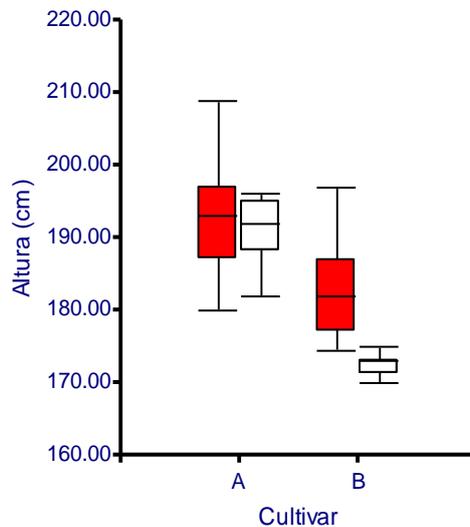
- (a) 0,015 []
- (b) 0,0035 []
- (c) 0,214 []
- (d) 0,300 []
- (e) 0,700 []

2.2) Acerca del ataque por el gusano barrenador y el vuelco de una planta cualquiera, es correcto decir,

- (a) que son eventos simples. []
- (b) que son eventos mutuamente excluyentes. []
- (c) que son eventos independientes. []
- (d) que no son eventos independientes. []
- (e) nada de lo anterior. []

Problema 3

El siguiente gráfico fue construido con datos de mediciones de altura de plantas de dos cultivares de girasol sembradas en parcelas con dos densidades: alta (caja sombreada) y baja (caja blanca)



En este gráfico se puede observar que:

- (a) La máxima altura mediana corresponde a una parcela sembrada con baja densidad. []
- (b) La amplitud total fue mínima en la parcela del cultivar A sembrada con baja densidad. []
- (c) La diferencia en amplitud intercuartil de las alturas de las plantas de parcelas con diferente densidad fue mayor para el cultivar A que para el cultivar B []
- (d) La diferencia entre las medianas de las alturas de las plantas de parcelas con diferente densidad fue mayor para el cultivar B que para el cultivar A. []
- (e) La máxima amplitud intercuartil correspondió a la parcela con plantas del cultivar A sembrada con baja densidad. []

Problema 4

Una compañía productora de semilla afirma que, en la Pampa Ondulada, el rendimiento promedio de los cultivos de su híbrido de maíz es de 9,7 t/ha con una varianza igual a 0,25 t²/ha².

4.1) ¿Cuál de las siguientes es una posible causa de la varianza?

- (a) Se trata de un cultivar genéticamente modificado. []
- (b) La sequía de verano limita el crecimiento de las plantas. []
- (c) Algunos cultivos son sembrados más temprano y otros más tarde en el año. []
- (d) Todos los productores aplican fertilizante. []
- (e) El ambiente de la Pampa Ondulada es óptimo para la producción de maíz. []

4.2) Si lo que afirma la compañía es correcto ¿aproximadamente cuánto vale la probabilidad de que la media aritmética de los rendimientos de 25 cultivos de este híbrido tomados al azar tome un valor menor que 9500 kg/ha?

- (a) -2 []
- (b) 0,9772 []
- (c) 0,4840 []
- (d) 0,0228 []
- (e) < 0,01 []

Problema 5

El técnico de una Agencia de Extensión del INTA debe determinar si la frecuencia relativa de productores que realizan siembra directa en su área de influencia se mantiene en el valor de 0,75 que tuvo en la década pasada. Para ello, planea encuestar a 30 productores tomados al azar dentro de dicha área y registrar cuántos realizan siembra directa. El valor a registrar es una variable aleatoria.

Si en verdad la frecuencia relativa de productores que realizan siembra directa en el área de influencia de la Agencia se mantiene en 0,75:

5.1) ¿Qué distribución de probabilidad tiene la variable aleatoria a registrar?

- (a) Binomial ($n = 30, \pi = 0,75$) []
- (b) Normal ($\mu = 0, \sigma^2 = 1$) []
- (c) t de Student (grados de libertad = 29) []
- (d) χ^2 (grados de libertad = 29) []
- (e) Ninguna de las anteriores. []

5.2) ¿Qué valores puede tomar la variable aleatoria a registrar?

- (a) 0,75 o 0,25 []
- (b) Cualquier número entre 0 y 1 []
- (c) Cualquier número real positivo []
- (d) Cualquier número entre 1 y 30 []
- (e) Cualquier número entero entre 0 y 30 []

Con los datos que genere, el técnico pondrá a prueba con nivel de significación $\alpha = 0,05$ la hipótesis nula que dice que la frecuencia relativa de productores que realizan siembra directa es $\pi = 0,75$.

5.3) ¿Qué probabilidad hay de que el técnico acepte la hipótesis alternativa $\pi \neq 0,75$?

- (a) Igual a β , la probabilidad de error de tipo II []
- (b) Igual a $\alpha = 0,05$ []
- (c) Igual a $1 - \alpha = 0,95$ []
- (d) Igual al valor p que obtenga []
- (e) Ninguna de las anteriores. []

Problema 6

La emisión de gases contaminantes por los escapes de los autos es una de las principales formas de contaminación de la atmósfera. Para evaluar un dispositivo para control de emisiones de monóxido de carbono, uno de los gases contaminantes, se tomaron al azar 10 autos de la ciudad de Buenos Aires y se midió su nivel de emisión antes y después de instalarles el dispositivo en cuestión. Los datos generados son los siguientes:

Nivel de emisión de monóxido de carbono (g/km).

Auto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
antes	6,3	10,2	10,1	14,0	7,8	11,4	14,5	12,2	6,1	11,1
después	5,5	8,1	9,2	7,0	8,3	6,8	10,3	6,2	2,5	8,2

6.1) Sobre la base de estos datos, el estimador insesgado de la varianza de las diferencias en el nivel de emisión de monóxido de carbono entre autos con y sin el dispositivo de control vale:

- (a) $8,92 \text{ g}^2/\text{km}^2$ []
- (b) $6,64 \text{ g}^2/\text{km}^2$ []
- (c) $5,71 \text{ g}^2/\text{km}^2$ []
- (d) $0,57 \text{ g}^2/\text{km}^2$ []
- (e) $2,39 \text{ g/km}$ []

6.2) ¿Cuál de los siguientes es el menor nivel de significación que conduciría a aceptar la hipótesis que dice: *El dispositivo de control reduce el nivel promedio de emisión de monóxido de carbono de un taxi?*

- (a) $\alpha = 0,0005$ []
- (b) $\alpha = 0,0050$ []
- (c) $\alpha = 0,0500$ []
- (d) $\alpha = 0,9877$ []
- (e) No se puede aceptar []

Problema 7

El nitrógeno es un nutriente fundamental para el crecimiento de las plantas porque forma parte de los pigmentos y enzimas que intervienen en el proceso de la fotosíntesis. Una investigación evaluó el contenido de *clorofila*, el principal pigmento fotosintético, en hojas de plantas de trigo (mmol/m^2) cultivadas en un suelo pobre en nitrógeno con diferentes niveles de fertilización nitrogenada establecidos de antemano (0, 5, 10 y 15 g de N/m^2). A continuación se muestran los principales resultados de análisis de regresión lineal simple realizados con los datos obtenidos.

$b_0 = 0,09 \text{ mmol}/\text{m}^2$	$s_{b0} = 0,04 \text{ mmol}/\text{m}^2$	$n = 16$
$b_1 = 0,04 \text{ (mmol}/\text{m}^2)/(\text{g N}/\text{m}^2)$	$s_{b1} = 0,01 \text{ (mmol}/\text{m}^2)/(\text{g N}/\text{m}^2)$	$R^2 = 0,76$

7.1) La varianza estimada del estimador del contenido promedio de clorofila de las plantas de trigo que cultivadas sin fertilizante es:

- (a) $0,0001 \text{ [(mmol}/\text{m}^2)/(\text{g N}/\text{m}^2)]^2$ []
- (b) $0,04 \text{ (mmol}/\text{m}^2)/(\text{g N}/\text{m}^2)$ []
- (c) $0,0081 \text{ [mmol}/\text{m}^2]^2$ []
- (d) $0,0016 \text{ [mmol}/\text{m}^2]^2$ []
- (e) $0,09 \text{ [mmol}/\text{m}^2]^2$ []

7.2) ¿Cuál es el menor nivel de significación con el cual se rechaza la siguiente hipótesis: *El contenido promedio de clorofila de las hojas de plantas de trigo cultivadas en el suelo en cuestión no varía con el nivel de fertilización nitrogenada que se aplique (entre 0 y 15 g de N/m^2)?*

- (a) $\alpha = 0,05$ []
- (b) $\alpha = 0,02$ []
- (c) $\alpha = 0,01$ []
- (d) $\alpha = 0,001$ []
- (e) No se rechaza la hipótesis nula []

Respuestas correctas:

1.1 b, 1.2 d, 1.3 e,

2.1 d, 2.2 d,

3 d,

4.1 c, 4.2 d,

5.1 a, 5.2 e, 5.3 b,

6.1 c, 6.2 b,

7.1 d, 7.2 c